|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Место занятия в расписании** | **Тема** | **Цели** | **Задачи** | **Контрольные вопросы и задания** | **Д/з** |
| Дата | 26.10.21 | **Линии второго порядка.** | Дидактическая | Рассмотреть теоретические положения о линиях второго порядка, начать формирование умений и навыков работы с линиями второго порядка. | 1) Закрепить и расширить умения и навыки студентов по решению задач на прямую на плоскости.2) Рассмотреть теоретические положения о линиях второго порядка.3) Составить самостоятельно опорный конспект по плану. | 1.Какими уравнениями задаются: эллипс, гипербола и парабола?2.Как изображаются эллипс, гипербола и парабола? | **Изучить и составить конспект по плану:**1. Определить эллипс.2. Изобразить эллипс.3. Выписать его основные понятия.4. Записать каноническое уравнение эллипса.5. Определить гиперболу.6. Изобразить гиперболу.7. Выписать её основные понятия.8. Записать каноническое уравнение гиперболы.9. Определить параболу.10. Изобразить параболу.11. Выписать её основные понятия.12. Записать каноническое уравнение параболы. |
| Группа | 2ТО | Развивающая | Развивать логическое и пространственное мышление. |
| Пара | III | Воспитательная | Воспитывать любознательность и самостоятельность. |
| № занят. | 18 |

Составить конспект в соответствии с требованиями. Фото конспекта отправить на почту **elenabragina7@gmail.com** до 22.10.20 включительно. Работа должна быть выполнена в рамках рабочего времени, отведенного на занятие по математике.

**21.10**

**Линии второго порядка.**

 **1) Анализ самостоятельной работы (ознакомиться).**

**Напоминание: задания самостоятельной работы необходимо выполнять в рамках времени, отведённого на занятие.**

**Напоминаю: всем кто не отправил выполненную 11.10 контрольную работу я выставлю «н». Семестровая оценка при отсутствии обязательной контрольной работы – н/а.**

**2) Закрепление и расширение знаний на прямую на плоскости (записать в конспект).**

Рассмотрим интересный **пример**, решение которого позволит нам интегрировать наши знания в разделы «Линейная алгебра» и «Аналитическая геометрия».

**Пример 1.**

Найти точку пересечения прямых 4х-3у+2=0 и 7х+2у-3=0.

**Решение.** Чтобы найти точку пересечения двух прямых алгебраически, необходимо для заданных уравнений найти общее решение, т.е. решить систему, составленную из данных уравнений:

$\left\{\begin{matrix}4х-3у+2=0\\7х+2у -3=0\end{matrix}\right.$ **.**

Перенесём свободные члены в правую часть уравнений и решим систему методом линейной алгебры – методом Крамера:

 $\left\{\begin{matrix}4х-3у=-2\\7х+2у=3\end{matrix}\right.$ **.**

 ∆ = $\left|\begin{matrix}4&-3\\7&2\end{matrix}\right|$ = (главный определитель, составленный из числовых коэффициентов перед неизвестными) = 4∙2-7∙(-3) = 8 + 21 = 29 ≠ 0

 ∆х = $\left|\begin{matrix}-2&-3\\3&2\end{matrix}\right|$ = (в ∆ первый столбец заменили столбцом свободных членов) = -2∙2-3∙(-3) = -4 + 9 = 5

∆у = $\left|\begin{matrix}4&-2\\7&3\end{matrix}\right|$ = (в ∆ второй столбец заменили столбцом свободных членов) = 4∙3-7∙(-2) = 12 +14 = 26.

Найдём значения х и у по формулам Крамера:

х = $\frac{∆х}{∆}$ = $\frac{5}{29}$ ; у = $\frac{∆у}{∆}$ = $\frac{26}{29}$.

Ответ: точка с координатами ($\frac{5}{29}$; $\frac{26}{29}$).

**3) Изучение нового материала (записать в конспект).**

Рассмотрим основные линии второго порядка: эллипс, гиперболу и параболу.

**1. ЭЛЛИПС**

**Определение.** Эллипсом называется множество точек плоскости, для которых сумма расстоянии от двух фиксированных точек (фокусов), является постоянной.

 Пусть F1 и F2 - фокусы эллипса, М - его произвольная точка. отрезки  называются локальными радиусами точки М эллипса. Их сумму обозначим через 2а.

Тогда по определению  **. (1)**

Расстояние между фокусами . Очевидно, что , есть .

Выберем на плоскости декартову прямоугольную систему координат таким способом: ось Ох принимаем за прямую, которая проходит через точки F1 и F2, а начало координат поместим посередине между фокусами.

в

А1

F1

F2

А2

В2

В1

х

 Согласно выбранной системы координат фокусы будут иметь такие координаты: F1 (-c, 0) и F2 (c; 0).

 Координаты точки М выразим через х и у. Тогда уравнение (1) в координатах имеет вид:

. **(2)**

Уравнения (2) и является уравнением эллипса. Для удобства можно упростить уравнение (2) возведя (1) в квадрат (дважды) и пользуясь формулой  . **(3)**

  **(4)**

Уравнение (4) называют *каноническим уравнением* эллипса. Это уравнение является алгебраическим уравнением второй степени. Итак, эллипс является алгебраической линией второго порядка.

Точки А1 (-а, 0), А2 (а, 0), В1 (0; b), B2 (0; -b), в которых эллипс пересекает оси координат, называются вершинами эллипса.

Величины 2а и 2b называют длинами осей эллипса, а - большой полуосью, b - малой полуосью (a> b).

Координатные оси являются осями симметрии, а начало - центром симметрии эллипса, так как координаты в уравнение эллипса входят в парных степенях. Если а = b, то уравнение эллипса – это уравнение круга. В этом случае с = 0 (с2 = а2 - b2) а это значит, что фокусы совпадают с центром окружности.

Замечания. Если фокусы эллипса размещены на оси Оу симметрично относительно начала координат, то уравнение эллипса имеет тот же вид (4), но тогда a <b. Поэтому, если хотим буквой а обозначить большую полуось, то в уравнении (3) нужно буквы а и b поменять местами.

 **2. ГИПЕРБОЛА**

Определение. Гиперболой называется множество точек плоскости, для которых абсолютное значение разности расстояний от двух фиксированных точек (фокусов), является постоянным.

Обозначим эту постоянную величину через 2а, а расстояние между фокусами F1 и F2 - через 2с. Пусть М - произвольная точка гиперболы. Тогда  - фокальные радиусы произвольной точки М. Согласно определению

, потому что  **(1)**

Если выбрать систему координат так же, как и для эллипса, то равенство (1) в координатах наберет вид:

.

Это и есть уравнение гиперболы. После проведения преобразований получим уравнение гиперболы в виде:

 **(2)**

где b2 = с2 - а2 (с> a).

Значит гипербола также алгебраическая линия второго порядка.

в

F2

F1

х

 Исследование формы гиперболы.

Координатные оси являются осями симметрии, а начало координат - центром симметрии. Гипербола имеет две вершины: А1 (-а, 0) и А2 (а; 0).

Отрезок  является действительной осью гиперболы. Параметр а - действительная полуось гиперболы. Поскольку ось ОУ не пересекает гиперболы, то параметр b называют условной полуосью гиперболы.

У гиперболы есть *асимптоты*: прямые, к которыми при неограниченном удалении точки от начала координат приближается кривая. Поэтому согласно определения асимптоты и свойств симметрии гиперболы можно сделать вывод, что прямые  являются асимптотами гиперболы.

Гиперболы, заданные уравнениями  и называют *сопряженными.*

Если а = b, то гипербола называется *равносторонней*.

 **3. ПАРАБОЛА.**

Определение. Параболой называется множество точек, каждая из которых одинаково удалена от данной точки (фокуса) и от данной прямой (директрисы).

Расстояние от фокуса F до директрисы обозначим через р. Пусть М - произвольная точка параболы. тогда  - фокальный радиус точки М. Расстояние от точки М до директрисы обозначим через d. Тогда согласно определению r = d.

Выберем декартову систему координат следующим образом: ось ОХ проведем через фокус F перпендикулярно директрисы LN а начало 0 возьмем посередине между фокусом и директрисой.

L

N

F

y

x

Тогда равенство r = d в координатной форме запишется так:

 **(1)**

Отсюда, после освобождения от радикала, получим: 2 = 2рх. **(2)**

Уравнение (2) называется каноническим уравнением параболы. Парабола также является алгебраической линией второго порядка.

Исследование формы параболы.

Из уравнения (2) следует, что ордината у имеет действительное значение лишь если абсида х неотъемлемая том парабола расположена справа от ОУ. Парабола симметрична относительно оси ОХ (оси параболы).

Если х = 0, два значения ординаты одинаковы, поэтому ось ОУ касаясь параболы в начале координат.

Точка пересечения параболы с осью симметрии называется ее вершиной. Итак, начало координат является вершиной параболы.

При неограниченном росте значений абсцисс х соответствующие им значения ординат также неограниченно растут. Это означает, что ветки параболы простираются в бесконечность.

Замечания. Если система координат выбрана так, что ось ОХ совпадает с осью симметрии параболы, начало координат с вершиной, но парабола лежит в левой полуплоскости, то ее уравнение имеет вид 2 = -2рх. Если же парабола симметрична относительно ОУ, а вершина находится в начале координат, то ее уравнение имеет вид х2 = 2ру, если она лежит в верхней полуплоскости, и х2 = -2ру, если в нижней.

Если фокальные радиусы точек эллипса, гиперболы рационально выразить через их абсциссы, то получим величину , Которую назовем эксцентриситетом, характеризующий форму эллипса, гиперболы. Для эллипса в <1 (а> с). Эксцентриситет эллипса равна нулю, если фокусы его совпадают, то есть когда эллипса превращается в круг (b2 = a2 - c2; с = 0, а = b).

Для гиперболы е> 1.

*Директрисами* эллипса (гиперболы) называется две прямые, перпендикулярные к фокальной оси эллипса (гиперболы) и находятся на расстоянии  от центра кривой.

Понятие директрисы параболы использовалось при определении параболы.

Директрисы кривых второго порядка не пересекают самых кривых. В выбранной нами системе координат директрисы эллипса, гиперболы и параболы параллельные оси ОУ. Поэтому уравнение директор эллипса и гиперболы имеют вид: , А уравнение директрисы параболы: .

Эллипс, гипербола и парабола имеют такую ​​общее свойство: , Где r - фокальный радиус; d - расстояние от точки до директрисы.

 **4) Составить конспект теоретического материала по плану:**

**1. Определить эллипс.**

**2. Изобразить эллипс.**

**3. Выписать его основные понятия.**

**4. Записать каноническое уравнение эллипса.**

**5. Определить гиперболу.**

**6. Изобразить гиперболу.**

**7. Выписать её основные понятия.**

**8. Записать каноническое уравнение гиперболы.**

**9. Определить параболу.**

**10. Изобразить параболу.**

**11. Выписать её основные понятия.**

**12. Записать каноническое уравнение параболы.**